

1. $\forall x \forall y \forall z (z \in \text{union}(x, y) \leftrightarrow (z \in x \vee z \in y))$
2. $\forall x \forall y (\forall z (z \in x \leftrightarrow z \in y) \rightarrow x = y)$
3. c
4. $\forall c \in \text{union}(a, b)$
5. $c \in \text{union}(a, b) \leftrightarrow (c \in a \vee c \in b)$ ✔ \forall Elim 1
6. $c \in \text{union}(b, a) \leftrightarrow (c \in b \vee c \in a)$ ✔ \forall Elim 1
7. $c \in \text{union}(b, a)$ ✔ Taut Con 4,5,6
8. $\forall c \in \text{union}(b, a)$
9. $c \in \text{union}(b, a) \leftrightarrow (c \in b \vee c \in a)$ ✔ \forall Elim 1
10. $c \in \text{union}(a, b) \leftrightarrow (c \in a \vee c \in b)$ ✔ \forall Elim 1
11. $c \in \text{union}(a, b)$ ✔ Taut Con 8,9,10
12. $c \in \text{union}(a, b) \leftrightarrow c \in \text{union}(b, a)$ ✔ \leftrightarrow Intro 4-7,8-11
13. $\forall z (z \in \text{union}(a, b) \leftrightarrow z \in \text{union}(b, a))$ ✔ \forall Intro 3-12
14. $\forall z (z \in \text{union}(a, b) \leftrightarrow z \in \text{union}(b, a)) \rightarrow \text{union}(a, b) = \text{union}(b, a)$ ✔ \forall Elim 2
15. $\text{union}(a, b) = \text{union}(b, a)$ ✔ Taut Con 13,14

▶ $\text{union}(a, b) = \text{union}(b, a)$

✓ 15